



Klasse 9

Quadratische Gleichungen und Ungleichungen

Stufe:



Dauer ca.: 45 Min

1. Quadratische Gleichungen

Bestimme die Lösungsmengen der folgenden quadratischen Gleichungen!
Verwende ein Verfahren deiner Wahl!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 4x^2 - 13 &= 87 & | +13 \\ 4x^2 &= 100 & | :4 \\ x^2 &= 25 \\ x_1 &= 5 \\ x_2 &= -5 \\ L &= \{-5; 5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad (x-11)^2 + 14 &= 10 & | -14 \\ (x-11)^2 &= -4 \\ \text{keine Lösung!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad (2x+13)^2 - 83 &= 61 & | +83 \\ (2x+13)^2 &= 144 & | \sqrt{} \\ 2x+13 &= \pm 12 \\ 2x &= -1 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \\ 2x &= -25 \Rightarrow x_2 = -\frac{25}{2} \\ L &= \left\{ -\frac{25}{2}; -\frac{1}{2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad x^2 - 15x + 60 &= 6 & | -6 \\ x^2 - 15x + 54 &= 0 \\ (x-9)(x-6) &= 0 \\ x_1 &= 9 \\ x_2 &= 6 \\ L &= \{6; 9\} \end{aligned}$$



e) $(x-5) \cdot (2x-17) - 84 = (x-7) \cdot (3x+1)$
 $2x^2 - 17x - 10x + 85 - 84 = 3x^2 + x - 21x - 7$
 $2x^2 - 27x + 1 = 3x^2 - 20x - 7 \quad | -2x^2 \quad | +27x \quad | -1$
 $x^2 + 7x - 8 = 0$
 $(x+8)(x-1) = 0$
 $x_1 = -8$
 $x_2 = 1$
 $L = \{-8; 1\}$

f) $x - \frac{1}{x} = 4,8$
 $x - \frac{1}{x} = \frac{48}{10} \quad | \cdot x$
 $x^2 - 1 = \frac{48}{10}x \quad | -\frac{48}{10}x$
 $x^2 - \frac{48}{10}x - 1 = 0$

p-q-Formel: $p = -\frac{48}{10}$
 $q = -1$

$$\begin{aligned} x_{1/2} &= -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ &= \frac{48}{20} \pm \sqrt{\left(\frac{24}{10}\right)^2 + 1} \\ &= \frac{48}{20} \pm \sqrt{6,76} \\ &= 2,4 \pm 2,6 \\ x_1 &= 5 \\ x_2 &= -0,2 \\ L &= \{-0,2; 5\} \end{aligned}$$



$$g) \quad \frac{x}{10-x} + \frac{x-3}{13-x} = 3$$

$$\frac{x(13-x) + (x-3)(10-x)}{(10-x)(13-x)} = 3$$

$$13x - x^2 + 10x - x^2 - 30 + 3x = 3 \cdot (10-x)(13-x)$$

$$26x - 2x^2 - 30 = 3 \cdot (130 - 10x - 13x + x^2)$$

$$26x - 2x^2 - 30 = 390 - 69x + 3x^2$$

$$5x^2 - 95x + 420 = 0 \quad | :5$$

$$x^2 - 19x + 84 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{19}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{19}{2}\right)^2 - 84}$$

$$= \frac{19}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x_1 = 12$$

$$x_2 = 7$$

$$L = \{7; 12\}$$

2. Quadratische Gleichung rückwärts

Gib die Quadratische Gleichung in der Form $x^2 + px + q = 0$ an, die folgende Lösung hat:

$$\left\{ -\frac{1}{2}\sqrt{2}; \frac{1}{2}\sqrt{2} \right\}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\sqrt{2} \right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\sqrt{2} \right) = 0$$

ausmultipliziert, 3. binomische Formel:

$$x^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{2} \right)^2 = 0$$

$$x^2 - \frac{1}{2} = 0$$

3. Ungleichungen - Bestimme die Lösungsmenge!

$$a) \quad x^2 + 1,25 \geq 7,5$$

$$x^2 \geq 6,25 \quad | \sqrt{}$$

$$x \geq 2,5 \quad \text{oder} \quad x \leq -2,5$$



b) $(3x-4)^2 + 16 \geq 52$ $|-16$

$$(3x-4)^2 \geq 36$$

$$3x-4 \geq 6 \quad \text{oder} \quad 3x-4 \leq -6$$

$$3x \geq 10 \quad 3x \leq -2$$

$$x_1 \geq \frac{10}{3} \quad x_2 \leq -\frac{2}{3}$$

c) $15x - x^2 < 36$ $|+x^2$ $|-15x$

$$0 < x^2 - 15x + 36$$

$$x^2 - 15x + 36 > 0$$

$$(x-12)(x-3) > 0$$

1. Fall $x-12 > 0$ $x > 12$

und $x-3 > 0$ $x > 3$

$$\Rightarrow x_1 > 12$$

2. Fall $(x-12) < 0 \Rightarrow x < 12$

und $(x-3) < 0 \Rightarrow x < 3$

$$\Rightarrow x_2 < 3$$